

Загадки круга



Цель работы

исследование зависимости между радиусом, длиной окружности и площадью круга.

Задачи:

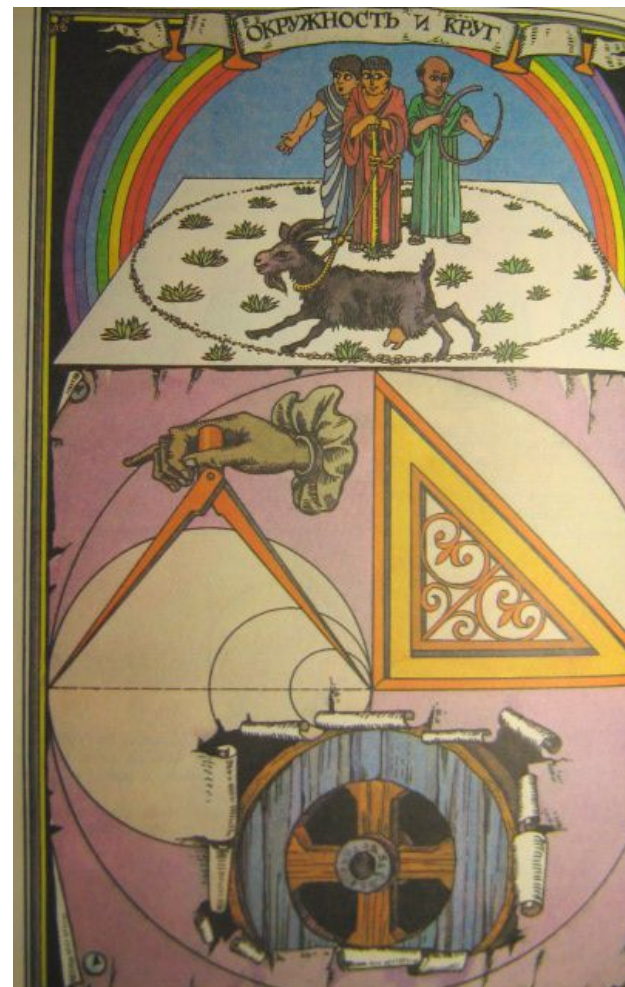
- Систематизировать теоретические сведения о круге и окружности в школьном курсе математики.
- Исследовать изменение длины окружности и площади круга в зависимости от изменения длины радиуса.
- Изучить историю вопроса.
- Показать применение материалов исследований при решении задач, в том числе задач с практическим содержанием, математических парадоксов.

Методы

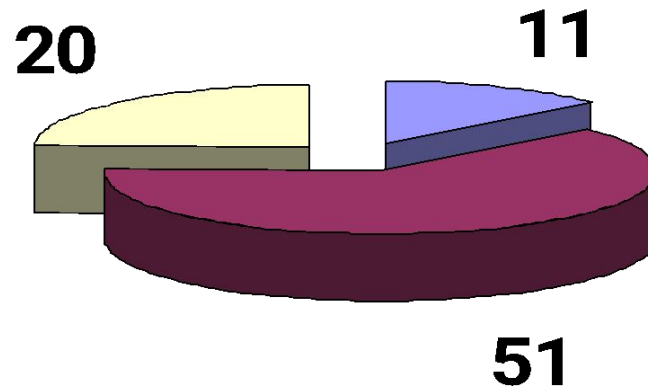
- Работа с учебной и научно-популярной литературой.
- Социологический опрос:
*82 человека; 33 ученика 9-10 кл.;
33 родителя; 16 учителей.*
- Наблюдение, сравнение, анализ, аналогия.
- Доказательство выдвинутых гипотез.
- Решение задач нестандартными способами.

Актуальность.

- Практическая направленность.
- Богатая история вопроса.
- Продолжение предыдущих исследований.



Знаем ли мы круг?

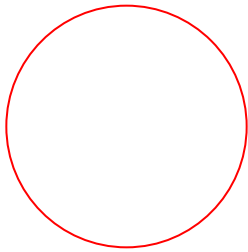


■ одно и то же ■ окр. -часть круга ■ круг-частьокр.

- Объект: **окружность и круг**
- Предмет:
длина окружности и площадь круга

Теоретические сведения

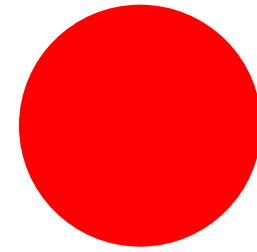
Окружность



$$C = 2\pi R$$

$$C = \pi D$$

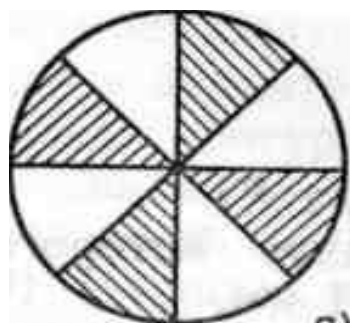
Круг



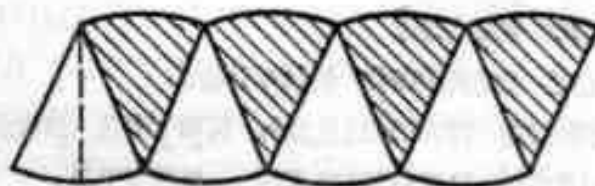
$$S = \pi R^2$$

$$S = \pi \cdot \frac{D^2}{4}$$

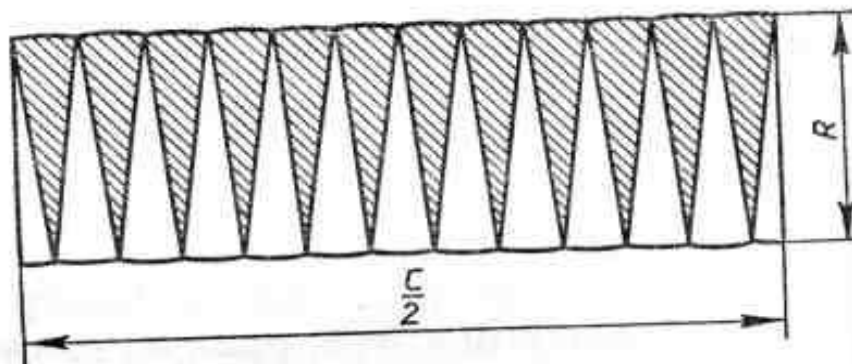
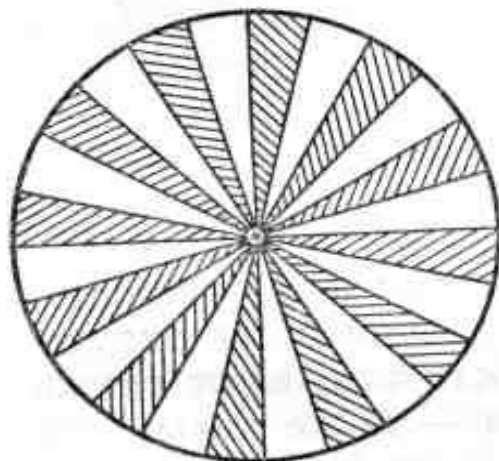
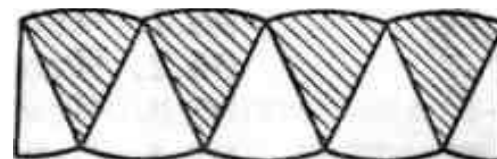
Как найти площадь круга?



а)



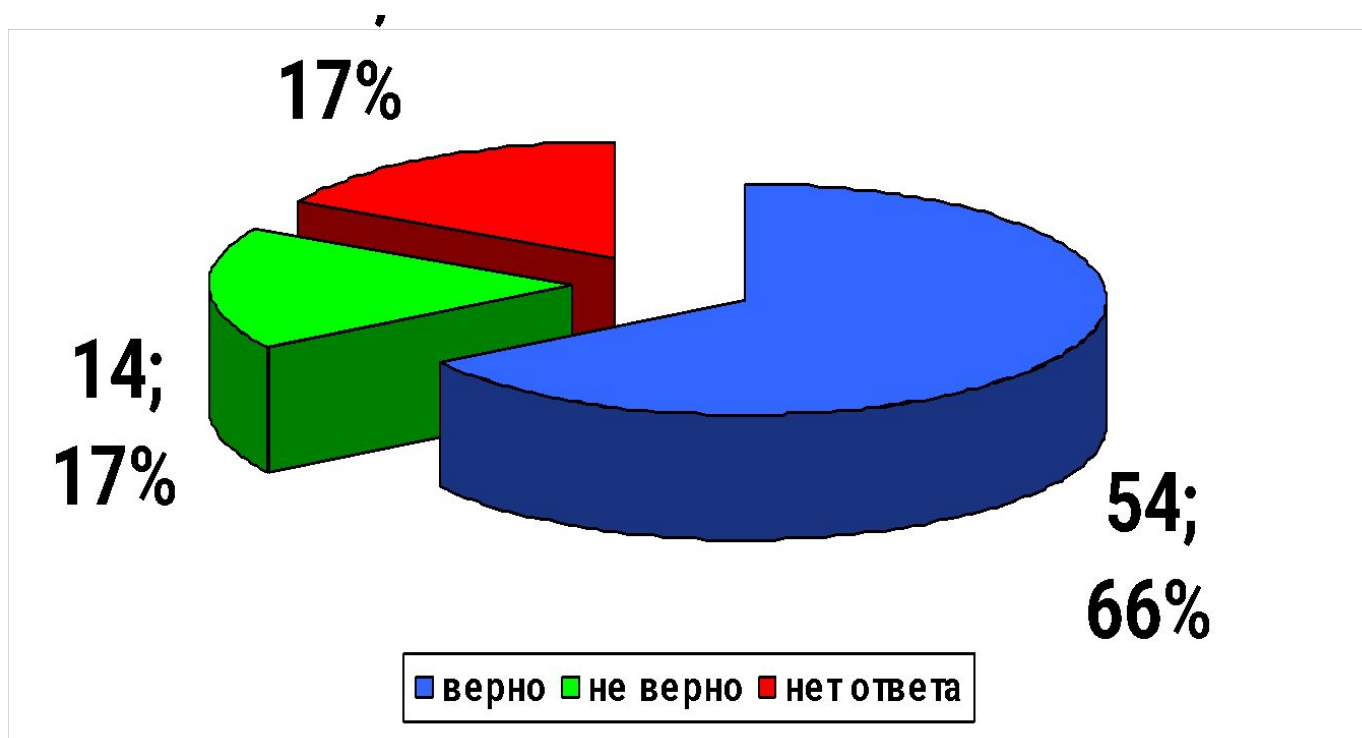
б)



$$S = \frac{c}{2} \cdot R = \pi R \cdot R = \pi R^2$$

Исследование №1

«Зависимость длины окружности от длины её радиуса»



Исследование №1

«Зависимость длины окружности от длины её радиуса»

$$ab = ba \quad (ab)c = a(bc) = abc$$

$$C_1 = 2\pi r_1 \quad r_2 = kr_1$$

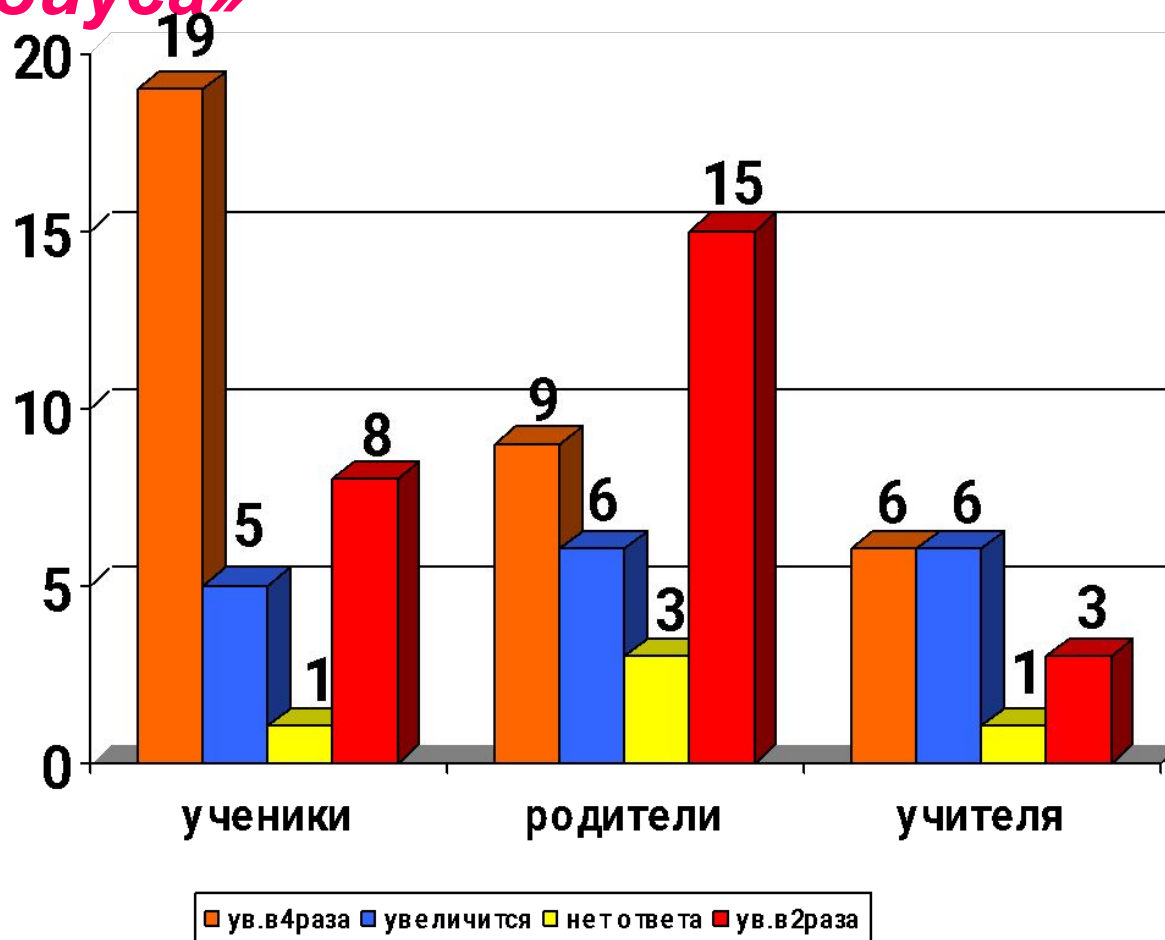
$$C_2 = 2\pi r_2 = 2\pi(kr_1) = 2\pi kr_1 = k2\pi r_1 = k(2\pi r_1) = kC_1$$

при изменении (увеличении или уменьшении) радиуса окружности в k раз её длина изменяется (увеличивается или уменьшается) также в k раз.

длина окружности пропорциональна её радиусу.

Исследование №2

«Зависимость площади круга от длины его радиуса»



Исследование №2

«Зависимость площади круга от длины его радиуса»

$$S_1 = \pi R_1^2$$

$$R_2 = kR_1$$

$$S_2 = \pi R_2^2 = \pi (kR_1)^2 = \pi k^2 R_1^2 = k^2 \pi R_1^2 = k^2 (\pi R_1^2) = k^2 S_1$$

при изменении (увеличении или уменьшении) радиуса круга в k раз его площадь изменяется (увеличивается или уменьшается) в k^2 раз.

- **площадь круга пропорциональна квадрату его радиуса.**

«Максимальная площадь при заданном периметре»

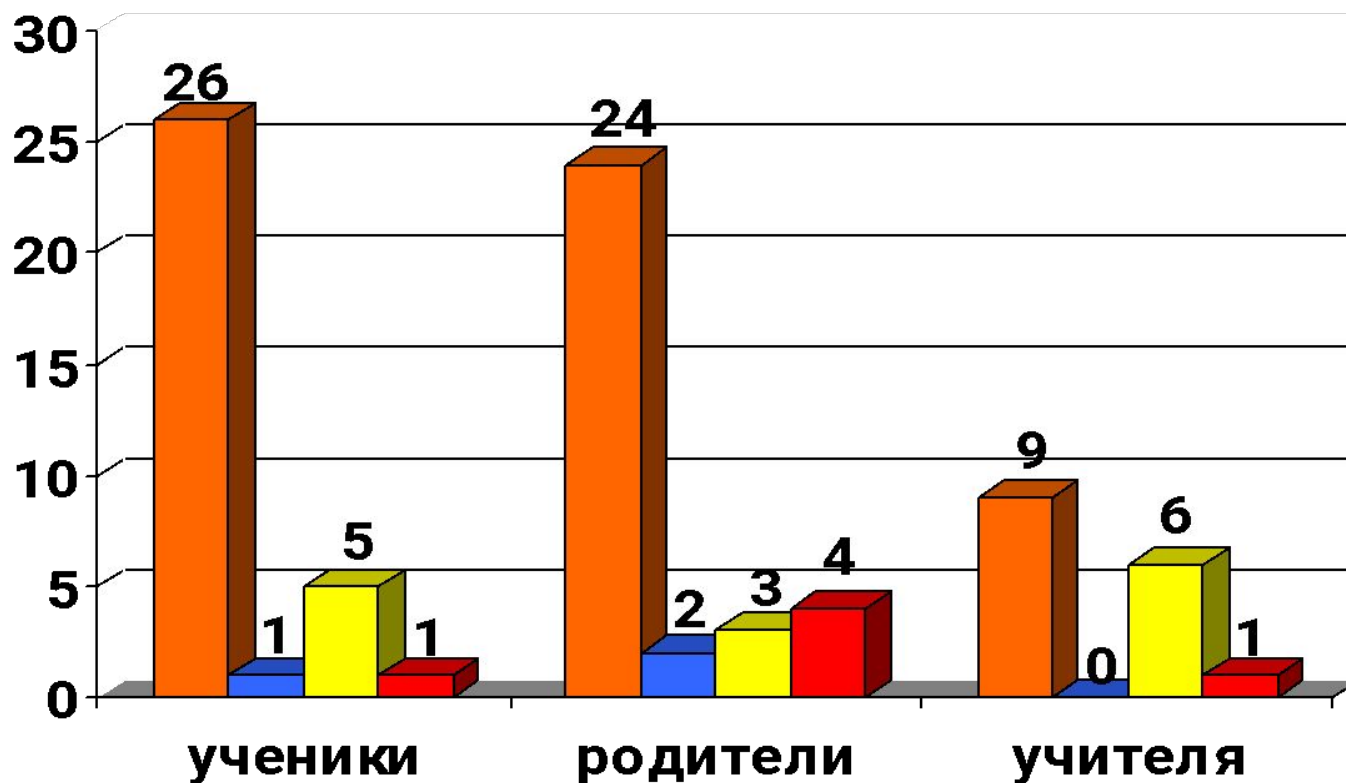
$$S_1 = \left(\frac{P}{4}\right)^2 = \frac{P}{4} \cdot \frac{P}{4} = \frac{P^2}{16}$$

$$S_2 = \pi \left(\frac{P}{2\pi}\right)^2 = \pi \frac{P}{2\pi} \cdot \frac{P}{2\pi} = \frac{P^2}{4\pi}$$

$$S_2 > S_1$$

- При заданном периметре круг ограничивает большую площадь, чем квадрат.
- При заданном периметре именно круг ограничивает максимальную площадь по сравнению с любыми другими фигурами.

Математический парадокс «Земля и апельсин»



у апельсина у Земли одинаков нет ответа

Исследование №4

«Изменение радиуса при изменении длины окружности»

$$C_1 = 2\pi R_1$$

$$C_2 = C_1 + a$$

$$R_2 = \frac{C_2}{2\pi} = \frac{C_1 + a}{2\pi} = \frac{C_1}{2\pi} + \frac{a}{2\pi} = \frac{2\pi R_1}{2\pi} + \frac{a}{2\pi} = R_1 + \frac{a}{2\pi}$$

$$R_2 - R_1 = R_1 + \frac{a}{2\pi} - R_1 = \frac{a}{2\pi}$$

Расстояние между concentрическими окружностями зависит только от разности длин этих окружностей (a) и не зависит от длины радиуса (R)

Решение задач 5-6класс

■ **Задача №1 (№866, Виленкин)**

Длина окружности 1,2 м. Чему равна длина другой окружности, у которой диаметр в 2 раза больше диаметра первой окружности?

Ответ: 2,4 метра (**Смотри исследование №1!**)

■ **Задача №2 (№867, Виленкин)**

Найдите площадь круга, у которого радиус 8 см. Найдите площадь второго круга, у которого радиус составляет радиуса первого круга.

Ответ: 48 см²; 36 см² (**Смотри исследование №2!**)

■ **Задача №3 «Две клумбы» (№95.8, учебник-собеседник)**

Отец Вали и Веры предложил девочкам сделать две клумбы. Он дал им верёвку длиной 6 м, чтобы с её помощью наметить границу каждой клумбы. Валя решила сделать клумбу квадратной, а Вера – круглой. Чья клумба будет иметь большую площадь? Радиус круглой клумбы вычислите с точностью до сотых. Во сколько раз площадь одной клумбы будет больше площади другой?

Ответ: площадь круглой клумбы будет примерно в 1,28 раза больше, чем квадратной (радиус 0,96 м) (**Смотри исследование №3!**)

Решение задач 9 класса, из дополнительной литературы

■ Задача №1

№1102(Атанасян)

Как изменится длина окружности, если радиус окружности:

а)увеличить в 3 раза; б)уменьшить в 2 раза; в) увеличить в раз; г) уменьшить в раз?

Ответ: увеличится в 3 раза, уменьшится в 2 раза, увеличится в раз; уменьшится в раз (**смотри исследование №1**).

■ Задача №2 «Земной шар и мышь»

Если обтянуть земной шар по экватору проволокой и затем прибавить к её длине 1м, то сможет ли между проволокой и землёй проскочить мышь?

Ответ: да

Решение.

*Обычно отвечают, что промежуток будет тоньше волоса: что значит прибавка в один метр по сравнению с 40 миллионами метров земного экватора! В действительности же величина промежутка равна . Не только мышь, но и крупный кот проскочит в такой промежуток!!! (**смотри исследование №4**).*

История числа « π »

3,141592653589793238462
643383279...

Это я знаю и помню
прекрасно:

"Пи" многие знаки мне лишни,
напрасны.

Нужно только постараться
И запомнить все, как есть:
Три, четырнадцать,
пятнадцать,
Девяносто два и шесть.



Архимед



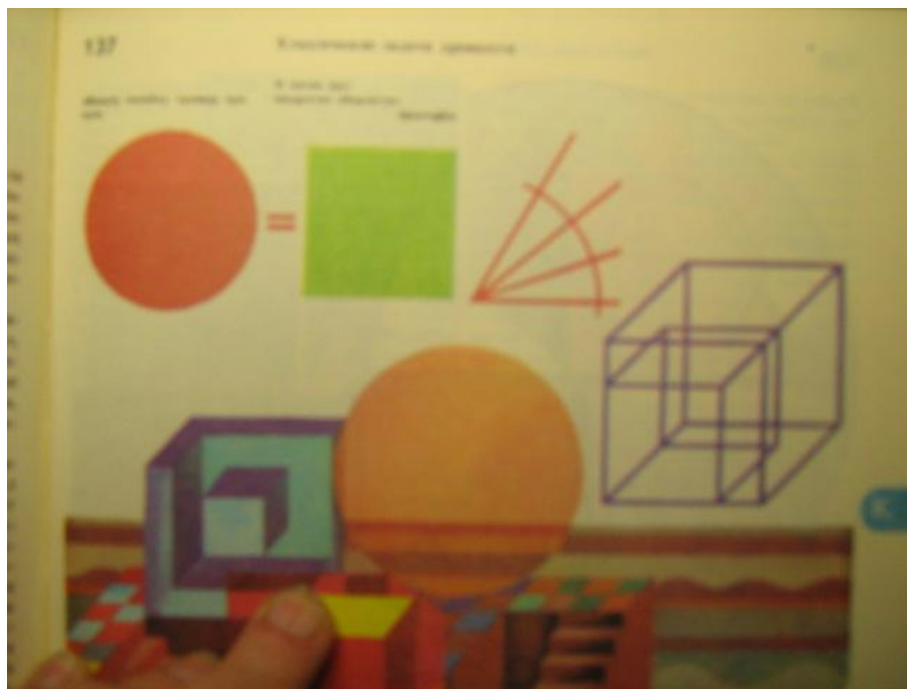
**Уж, пыль клубится над
дорогой,
То в рабство путь, в ярмо
цепей.**

**«Убей меня, но лишь не
трогай,
О, варвар, этих чертежей!»
Прошли столетий
вереницы,
Научный подвиг не забыт.
Никто не знает, кто убийца,
Но знают все,
кто был убит!**

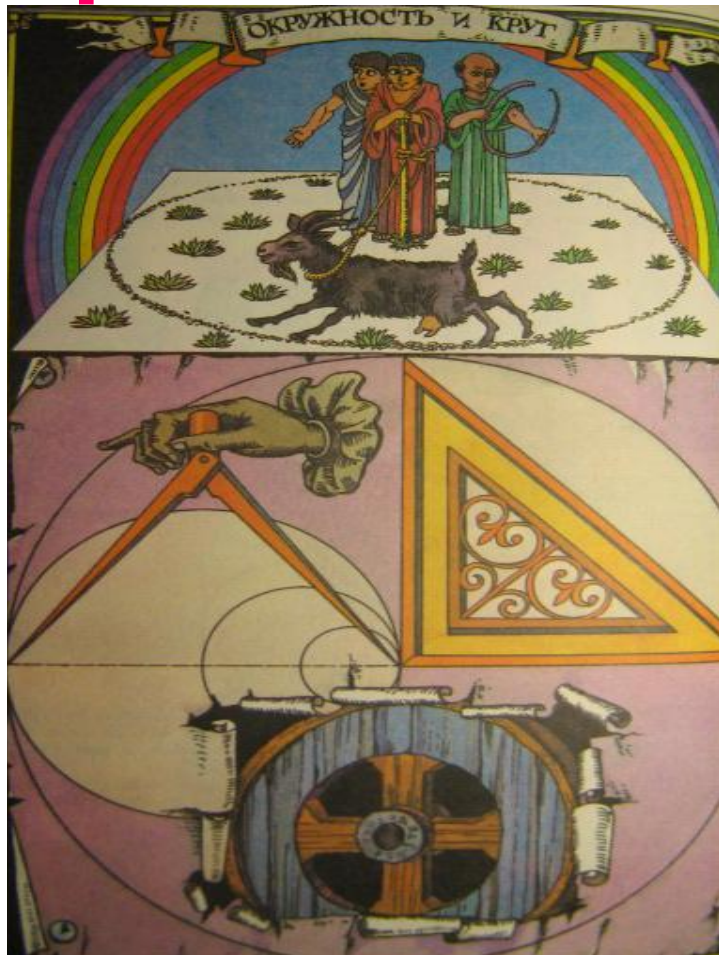


Квадратура круга – синоним неразрешимости

- 1.Квадратура круга
- 2.Трисекция угла
- 3.Удвоение куба.



Загадки: разгаданные и неразгаданные



- ЗАГАДКИ КРУГА
- (увлекательные задачи по теме «Длина окружности и площадь круга» для любознательных шестиклассников и не только...)